DS 1 : première

Polynomes du second degré

CORRECTION

Exercice 1

(1) La parabole ne coupe pas l'axe des abscisses, donc $\boxed{\Delta < 0}$, d'autre part, le sommet est au dessus de l'axe des abscisses, donc son ordonnée est positive et par conséquent $-\frac{\Delta}{4a} > 0$, comme $\Delta < 0$, on peut conclure que $\boxed{a > 0}$

$\boxed{\text{reponse b)}}$

(2) Soit Δ le discriminant de $-3x^2-6x-3$

$\Delta = (-6)^2 - 4\times(-3)\times(-3)$

$= 36 - 36$

$= 0$

Donc l'equation $g(x)=0$ n'a qu'une seule solution x_0, la bonne reponse est donc la reponse c ou d.

D'autre part $g(0) = -3 < 0$

Donc le tableau de signe de g est donc celui de la

$\boxed{\text{reponse d)}}$.

Exercice 2

(1) Soit Δ le discriminant de $3x^2 - 5x + 7$

$\Delta = (-5)^2 - 4\times3\times7$

$= 25 - 12\times7$

$= 25 - 84$

$= -59$

$\Delta < 0$ donc l'équation $3x^2 - 5x + 7 = 0$ n'a aucune solution

(2) Soit Δ le discriminant de $x^2 + 3x - 10$

$\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-10)$
$= 49$

$\Delta > 0$ donc l'equation $x^2 + 3x - 10 = 0$ a deux solutions qui sont :

$x_1 = \dfrac{-3 - \sqrt{49}}{2 \times 1} = \dfrac{-3 - 7}{2} = -5$

$x_2 = \dfrac{-3 + \sqrt{49}}{2 \times 1} = \dfrac{-3 + 7}{2} = 2$

Exercice 3

(1) Voir annexe

(2) A et B sont les points d'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses, donc, la forme factorisée de f est :

$f(x) = a(x - (-2))(x - 3)$
$= a(x + 2)(x - 3)$

D'autre part $C(0; 12) \in \mathcal{C}$, donc $f(0) = 12$.
et par conséquent :

$a(0 + 2)(0 - 3) = 12$
$-6a = 12$
$a = -2$

donc $f(x) = -2(x+2)(x-3)$
$= -2(x^2 - 3x + 2x - 6)$
$= -2(x^2 - x - 6)$
$= -2x^2 + 2x + 12$

on a donc

$$\boxed{a = -2 \;,\; b = 2 \text{ et } c = 12}$$

3 - a) Soit Δ le discriminant de $4x^2 - 4x - 3$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 4 \times (-3)$
$= 16 + 16 \times 3$
$= 16 + 48$
$= 64$

$\Delta > 0$ donc l'équation $g(x) = 0$ a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-(-4) - \sqrt{64}}{2 \times 4} = \frac{4-8}{8} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-(-4) + \sqrt{64}}{2 \times 4} = \frac{4+8}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

donc $g(x) = 4\left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$

$$\boxed{g(x) = 4\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)}$$

b) Soit $x \in \mathbb{R}$

- $x + \frac{1}{2} = 0 \iff x = -\frac{1}{2}$
  $x + \frac{1}{2} < 0 \iff x < -\frac{1}{2}$

- $x - \frac{3}{2} = 0 \iff x = \frac{3}{2}$
  $x - \frac{3}{2} < 0 \iff x < \frac{3}{2}$

d'où le tableau

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$(x+\frac{1}{2})$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-\frac{3}{2}$		$-$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

c) Soit $x \in \mathbb{R}$

$$
\begin{aligned}
g(x) &= 4x^2 - 4x - 3 \\
&= 4(x^2 - x) - 3 \\
&= 4\left(\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right) - 3 \\
&= 4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 - 3 \\
&\boxed{= 4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - 4}
\end{aligned}
$$

d) D'après la réponse à la question c, le sommet S de la parabole representant g est :

$$\boxed{S\left(\frac{1}{2} ; -4\right)}$$