

TERMINALE MATHS EXPERT - INT1 : NOMBRES COMPLEXES

2022-2023

Exercice 1

Déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants

1. $z_1 = \frac{1}{2-i}$
2. $z_2 = \frac{3-2i}{4i-5}$

Exercice 2

Ecrire \bar{Z} en fonction de \bar{z} :

1. $Z = z^2 + (3-i)z + 3i$
2. $Z = \frac{2z - 5i + 7}{3z^2 - (2+i)z + 4}$

Exercice 3

résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

1. $5z + 3i = 2iz - 5$
2. $(2+i)z - 3\bar{z} = z + 1$
3. $2z^2 - 12z + 26 = 0$

Exercice 4

Soient $z \in \mathbb{C}$ et $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $z = a + ib$.

1. Déterminer en fonction de a et b la forme algébrique de $\frac{1}{z}$.
2. En déduire la forme algébrique de $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)}$
3. Déterminer la forme algébrique de $\frac{1}{\bar{z}}$.
4. Que peut-on déduire des deux questions précédentes ?
5. On suppose connu que $\overline{zz'} = \bar{z} \times \bar{z}'$.
Démontrer alors que pour tout nombres complexe z et z' tels que $z' \neq 0$, on a :

$$\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}$$

Exercice 5

(BONUS) On considère le polynôme P défini sur \mathbb{C} par

$$P(z) = z^3 + (-2 + 4i)z^2 + (3 - 8i)z + 12i.$$

On sait que l'équation $p(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure. Déterminer cette solution.