

# TERMINALES SPÉCIALITÉ MATHS : DM1

2022-2023

## Suites et limites

On considère deux suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  :

- la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 1$  et, pour tout entier naturel  $n$ , par  $u_{n+1} = 2u_n - n + 3$ .
- la suite  $(v_n)$  définie, pour tout entier naturel  $n$ , par  $v_n = 2^n$ .

### Partie A : Étude de la suite $(u_n)$

1. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :

$$u_n = 3 \times 2^n + n - 2$$

2. Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .

### Partie B : Étude de la suite $\left(\frac{u_n}{v_n}\right)$

Soit  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par :

$$w_n = \frac{u_n}{v_n}$$

1. Montrer que pour tout entier  $n$ , on a :

$$w_{n+1} - w_n = \frac{-n+3}{2^{n+1}}$$

2. En déduire que la suite  $(w_n)$  est décroissante à partir du rang 3.
3. On admet que, pour tout entier  $n$  supérieur ou égal à 4, on a :  $0 < \frac{n}{2^n} \leq \frac{1}{n}$ .

Déterminer la limite de la suite  $\left(\frac{u_n}{v_n}\right)$ .