Première - DS 2

CORRECTION

Exercice 1

(1) Soit Δ le discriminant de $2x^2+4x+5$

$\Delta = 4^2 - 4\times5\times2$

$= 16 - 40$

$= -24$

$\Delta < 0$ donc l'équation $2x^2+4x+5=0$ n'a aucune solution

(2) Soit Δ le discriminant de $x^2-3x-28$

$\Delta = (-3)^2 - 4\times(-28)$

$= 9 + 112$

$= 121$

$\Delta > 0$ donc l'équation $x^2-3x-28=0$ a deux solutions qui sont :

$$x_1 = \frac{-(-3)+\sqrt{121}}{2} = \frac{3+11}{2} = 7$$

$$x_2 = \frac{-(-3)-\sqrt{121}}{2} = \frac{3-11}{2} = -4$$

Exercice 2

- Le coefficient du terme de degré 2 de la fonction g étant négatif, c'est la courbe en trait plein qui représente g. (———)

• D'autre part $f(1) = 2\times 1^2 - 4\times 1 + 2 = 0$

C'est donc la courbe en pointillés qui représente f (.........)

• La dernière, celle avec les tirets, est donc la courbe représentative de h

$\boxed{\text{Exercice 3}}$

① $h(5) = -\frac{1}{2}\times 5^2 + 3\times 5 + \frac{3}{2}$

$= \frac{-25}{2} + 15 + \frac{3}{2}$

$= \frac{-25}{2} + \frac{30}{2} + \frac{3}{2}$

$= \frac{8}{2}$

$= 4$

or le panier est à 3,05 m au dessus du sol, donc le joueur rate le panier. En effet, le ballon passe à peu près à 1 mètre au dessus.

② l'objectif est de déterminer l'ordonnée du sommet de la parabole.

L'abscisse du sommet α étant :

$$\alpha = \frac{-3}{2\times(-\frac{1}{2})} = \frac{-3}{-1} = 3$$

D'où l'ordonnée, $\beta = h(3)$

$= -\frac{1}{2}\times 3^2 + 3\times 3 + \frac{3}{2}$

$= -\frac{9}{2} + 9 + \frac{3}{2}$

$= \frac{-9}{2} + \frac{18}{2} + \frac{3}{2}$

$= \frac{12}{2}$

$= 6$

$\boxed{\text{La hauteur maximale atteinte par le ballon est donc 6 mètres}}$

③ Soit $x \in \mathbb{R}$

$$h(x) = \frac{23}{8} \iff -\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{3}{2} = \frac{23}{8}$$
$$\iff -4x^2 + 24x + 12 = 23$$
$$\iff -4x^2 + 24x - 11 = 0$$

Soit Δ le discriminant de $-4x^2 + 24x - 11$

$$\Delta = 24^2 - 4 \times (-4) \times (-11)$$
$$= 576 - 176$$
$$= 400$$

$\Delta > 0$ donc l'équation $-4x^2 + 24x - 11 = 0$ a deux solutions qui sont :

$$x_1 = \frac{-24 + \sqrt{400}}{2 \times (-4)} = \frac{-24 + 20}{-8} = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-24 - \sqrt{400}}{2 \times (-4)} = \frac{-24 - 20}{-8} = \frac{-44}{-8} = \frac{11}{2}$$

Le ballon atteindra donc le joueur à une distance horizontale de 0,5 mètre de ce dernier.

Exercice 4

1. L'aire de la croix est :

$$1{,}2\times x + 2{,}7\times x - x^2$$

l'aire du drapeau est :

$$1{,}2\times 2{,}7 = 3{,}24$$

Donc l'aire de la croix correspond au tiers de l'aire du drapeau si et seulement si

$$1{,}2x + 2{,}7x - x^2 = \frac{1}{3}\times 3{,}24$$

ou encore, $3{,}9x - x^2 = 1{,}08$

Donc x est solution de l'équation $\boxed{x^2 - 3{,}9x + 1{,}08 = 0}$

2. Soit Δ le discriminant de $x^2 - 3{,}9x + 1{,}08$

$$\Delta = (-3{,}9)^2 - 4\times 1{,}08$$
$$= 15{,}21 - 4{,}32$$
$$= 10{,}89$$

$\Delta > 0$, donc l'équation $x^2 - 3{,}9x + 1{,}08 = 0$ a deux solution dans $\mathbb{R}$ qui sont

$$x_1 = \frac{-(-3{,}9) - \sqrt{10{,}89}}{2} = \frac{3{,}9 - 3{,}3}{2} = \frac{0{,}6}{2} = 0{,}3$$

$$x_2 = \frac{-(-3{,}9) + \sqrt{10{,}89}}{2} = \frac{3{,}9 + 3{,}3}{2} = \frac{7{,}2}{2} = 3{,}6$$

$x_2 > 1{,}2$ donc la largeur de la croix est $\boxed{x_1 = 0{,}3}$

Exercice 5

On considère un repère orthonormé centré en G.
Soit h la fonction représenté par l'arc parabolique.

D'après le graphique, les solutions de $h(x) = 0$ sont donc -100 et 100. Il existe donc un nombre réel a tel que

$$h(x) = a(x - (-100))(x - 100)$$
$$= a(x + 100)(x - 100)$$

Le sommet de la parabole ayant pour coordonnées $(0;80)$, on a $h(0) = 80$

Donc $a(0+100)(0-100) = 80$

$$-10\,000\,a = 80$$
$$a = \frac{-80}{10000}$$
$$a = \frac{-8}{1000}$$
$$a = -\frac{1}{125}$$

La hauteur du pont est donc :

$$h(40) = \frac{-1}{125}(40+100)(40-100)$$
$$= \frac{-1}{125} \times 140 \times (-60)$$
$$= \frac{1}{5^3} \times 7 \times 2^2 \times 5 \times 3 \times 2^2 \times 5$$
$$= \frac{7 \times 2^2 \times 3 \times 2^2}{5}$$
$$= \frac{2^4 \times 3 \times 7}{5}$$
$$= 67{,}2$$

$\boxed{\text{Le pont est donc à une hauteur de 67,2 mètres}}$