DS 4 - Spé math
Terminale
CORRECTION

① - a) Le plan (UVK) coupe le plan (SEF) suivant la droite (KM)

De plus, $(UV) \subset (UVK)$

$(EF) \subset (SEF)$

$(UV) \parallel (EF)$

Donc, d'après le théorème du toit $\boxed{(KM) \parallel (UV)}$

b) (SOA) et (GCB) sont parallèles donc (UVK) coupe ces deux plans en deux droites parallèles, donc $\boxed{(NP) \parallel (UK)}$

② a) $\vec{SE}\begin{pmatrix}4\\0\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (SE)

de plus $S(0;0;\frac{7}{2})$ donc une equation parametrique de (SE) est :

$$(SE) : \begin{cases} x = 4t \\ y = 0 \\ z = \frac{7}{2} - t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

b) On a, d'après l'enoncé, $x_K = \frac{6}{5}$

de plus, $K \in (SE)$, donc, le paramètre t_K de K dans l'equation parametrique de (SE) vérifie

$$\frac{6}{5} = 4t_K$$

donc $t_K = \frac{3}{10}$

Donc $z_K = \frac{7}{2} - \frac{3}{10} = \frac{32}{10} = \frac{16}{5}$

$\boxed{\text{Donc } K\left(\frac{6}{5} ; 0 ; \frac{16}{5}\right)}$

3. a) $\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{3}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$, donc $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (KM)

$K\left(\frac{6}{5} ; 0 ; \frac{16}{5}\right)$, donc une équation paramétrique de (KM) est :

$$(KM) : \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = t \\ z = \frac{16}{5} \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

b) D'après a), (NP) est parallèle à (UK) et on a :

$\overrightarrow{UK}\begin{pmatrix} \frac{6}{5} - 0 \\ 0 - 0 \\ \frac{16}{5} - 6 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{UK}\begin{pmatrix} \frac{6}{5} \\ 0 \\ -\frac{14}{5} \end{pmatrix}$

$\frac{5}{2}\overrightarrow{UK}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$ et est un vecteur directeur de (NP).

de plus $P(a ; 5 ; 0) \in (NP)$ d'où l'équation paramétrique de (NP) :

$$(NP) : \begin{cases} x = a + 3k \\ y = 5 \\ z = -7k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{R}$$

c) Soit $(k, t, a) \in \mathbb{R}^3$

$$\begin{cases} \frac{6}{5} = a + 3k \\ t = 5 \\ \frac{16}{5} = -7k \end{cases} \iff \begin{cases} a = \frac{6}{5} - 3k \\ t = 5 \\ k = \frac{-16}{35} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} a = \frac{6}{5} - 3 \times \frac{-16}{35} \\ t = 5 \\ k = -\frac{16}{35} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} a = \frac{42 + 48}{35} \\ t = 5 \\ k = -\frac{16}{35} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} a = \frac{90}{35} \\ t = 5 \\ k = -\frac{16}{35} \end{cases}$$

Donc (KN) et (WP) sont sécantes si et seulement si $\boxed{a = \frac{90}{35} = \frac{18}{7}}$

d) donc $\boxed{P\left(\frac{18}{7} ; 5 ; 0\right)}$