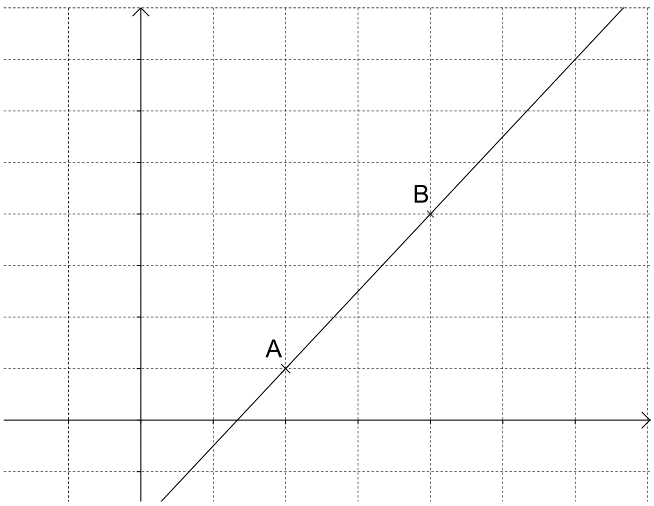
Nombre dérivé et tangente

Exercice 1

Soit $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère.

1. Un cas particulier
   soit A et B les points de coordonnées : $A(2;1)$ et $B(4;4)$
   (a) Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB).
   (b) En déduire les réels a et b tel que $y = ax + b$ soit une équation cartésienne de (AB)
2. Généralisation
   Soit A et B les points de coordonnées $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ avec $x_A \neq x_B$.
   (a) déterminer le coefficient directeur de la droite (AB).
   (b) En déduire en fonction de x_A, x_B, y_A et y_B les réels a et b tel que $y = ax + b$ soit une équation cartésienne de (AB)



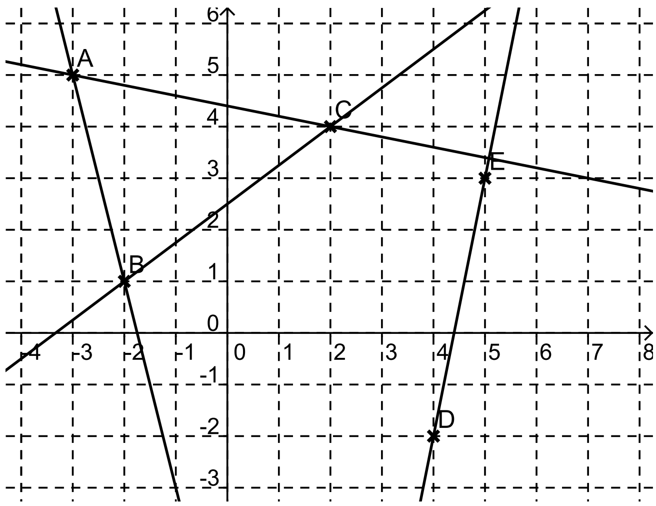
Exercice 2

Soit $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par le point $A(2,7)$ et de coefficient directeur $\frac{1}{3}$
2. Démontrer que la droite Δ passant par le point $A\left(x_A;y_A\right)$ et de coefficient directeur α a pour équation :

$$y = \alpha \times (x - x_A) + y_A$$

Exercice 3



déterminer les coefficients directeurs des droites ci-dessus.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 1$

1. Déterminer le taux d'accroissement de f entre 1 et 3.
2. Soit h un réel non nul. Déterminer le taux d'accroissement de f entre 1 et $1 + h$.
3. En déduire que f est dérivable en 1 et donner alors $f'(1)$
4. Vérifier le résultat à l'aide de la calculatrice.

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur R^* par :

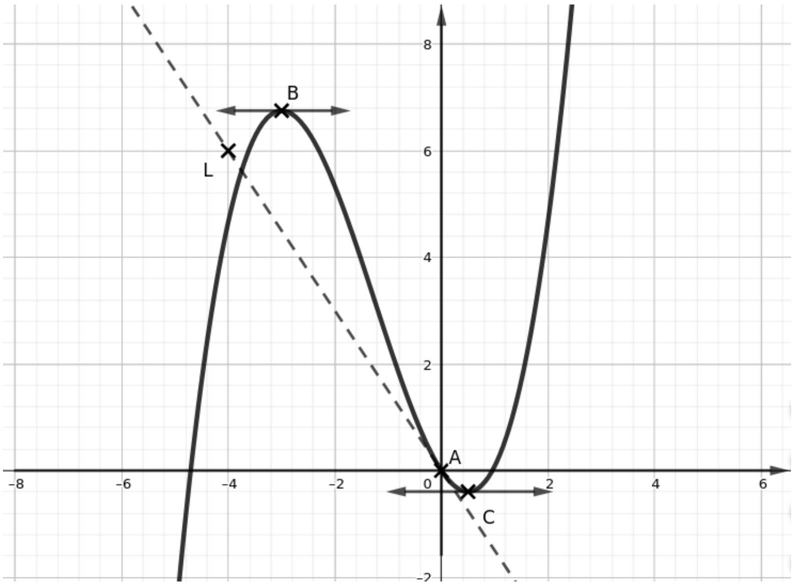
$$f(x) = \frac{3x + 1}{x}$$

Soit $h \in \mathbb{R}$ tel que $1 + h > 0$

1. Déterminer $f(1 + h)$
2. Calculer le taux d'accroissement de f entre 1 et $1 + h$
3. En déduire que f est dérivable en 1 et calculer $f'(1)$
4. Vérifier le résultat à l'aide de la calculatrice.

Exercice 6

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée ci-dessous.
La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point $A(0; 0)$ est la droite (AL) où L est le point de coordonnées $(-4; 6)$
Les tangentes à $\mathcal{C}_f$ aux points $B\left(-3; \frac{27}{4}\right)$ et à $C(0,5; -0,4)$ sont toutes les deux des droites horizontales.



Déterminer graphiquement

$$f'(0), f(0), f'(-3), f(-3), f'\left(\frac{1}{2}\right), f\left(\frac{1}{2}\right)$$

Exercice 7

Dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$, on appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x + 1$ et A le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse 2.

1. Un cas particulier
   (a) Montrer que f est dérivable en 2 et calculer $f'(2)$.
   (b) En déduire une équation de la tangente T_A à $\mathcal{C}$ en A.
   (c) Donner les coordonnées des points d'intersections de T_A avec les axes du repère.
2. Soit M le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse a.
   (a) Montrer que f est dérivable en a et calculer $f'(a)$.
   (b) En déduire une équation de la tangente T_M à $\mathcal{C}$ en M.
   (c) Donner les coordonnées des points d'intersections de T_M avec les axes du repère.

Exercice 8

Soit g la fonction définie $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{1}{1-x}$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1. Calculer le coefficient directeur de la tangente au point A de $\mathcal{C}$ d'abscisse a.
2. Montrer qu'il existe deux tangentes à $\mathcal{C}$ parallèles à la droite d'équation $y = x$. Donner alors les équations de ces tangentes.

Exercice 9

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.
déterminer a et b sachant que $B(1;3)$ est un point de $\mathcal{C}$ et que la tangente à $\mathcal{C}$ en B est parallèle à la droite d d'équation $y = x + 2$.

Exercice 10

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + c$ avec $a \neq 0$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.
déterminer a et c sachant que $A(3;2)$ est un point de $\mathcal{C}$ et que la tangente à $\mathcal{C}$ en A passe par l'origine du repère.

Exercice 11

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + -2x + 3$ et $\mathcal{P}$ sa courbe représentative.
Soit M le point de $\mathcal{P}$ d'abscisse a.
Pour quelle valeur de a la tangentes à $\mathcal{P}$ en M passe-t-elle par le point $A(0;-3)$?

Exercice 12

Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$ et $g(x) = x^2 + 2x + 3$ et $\mathcal{P}_f$ et $\mathcal{P}_g$ leurs courbes représentatives.
Soit A un point de $\mathcal{P}_f$ d'abscisse a et B un point de $\mathcal{P}_g$ d'abscisse b.

1. Trouver une équation de la tangente
   (a) T_A en A à $\mathcal{P}_f$
   (b) T_B en B à $\mathcal{P}_g$
2. Démontrer que la droite d est une tangente commune aux deux courbes si et seulement si a et b sont solution du système :

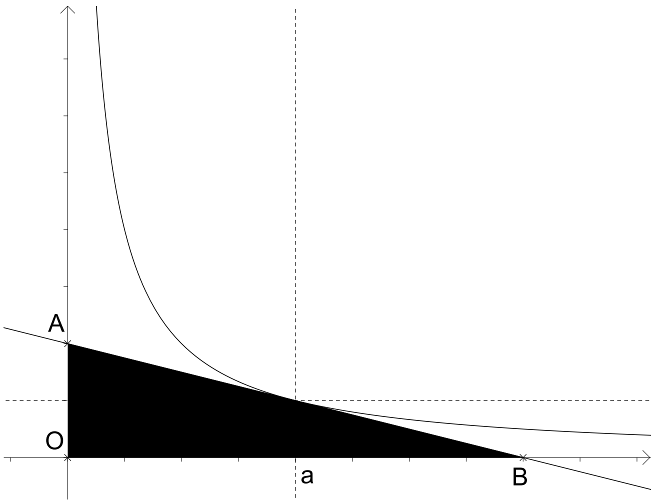
$$\begin{cases} 2a &= 2b + 2 \\ a^2 &= b^2 - 3 \end{cases}$$

3. Résoudre ce système et en déduire les abscisses des points A et B tel que T_A et T_b soient confondues.

Exercice 13

Soit $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ un repère orthonormé d'unité graphique 1cm.

Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{1}{x}$



1. Un cas particulier.
   (a) Montrer que la tangente $\mathcal{T}$ à $\mathcal{C}$ en 1 à pour équation $y = -x + 2$
   (b) Soit A et B les points d'intersection de $\mathcal{T}$ respectivement avec l'axe des ordonnées et l'axe des abscisses.
   Déterminer les coordonnées de A et B.
   (c) En déduire l'aire du triangle OAB.
2. Généralisation. Soit a un réel strictement positif.
   (a) Montrer que la tangente $\mathcal{T}_a$ à $\mathcal{C}$ en a à pour équation $y = -\frac{1}{a^2}x + \frac{2}{a}$
   (b) Soit A et B les points d'intersection de $\mathcal{T}_a$ respectivement avec l'axe des ordonnées et l'axe des abscisses.
   Déterminer les coordonnées de A et B.
   (c) En déduire l'aire du triangle OAB.