

## I Définition et exemple



### Définition

Une suite  $u$  (ou  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ) est une application définie sur  $\mathbb{N}$  (ou sur  $\mathbb{N}$  privé des premiers entiers  $0, 1, 2, 3, 4, \dots, k$ )

$u_n$  se lit  $u$  indice  $n$ . On dit aussi que c'est le **terme** de rang (ou d'indice)  $n$  de la suite  $u$ .



### Exemples

1. Soit  $v$  la suite définie sur  $\mathbb{N}^*$  par  $v_n = n^2 + 3$ .

Dans cet exemple, on a :

$$v_1 = 1^2 + 3 = 4; \quad v_2 = 2^2 + 3 = 7; \quad v_3 = 3^2 + 3 = 12; \quad v_4 = 4^2 + 3 = 19 \quad \dots$$

2. Soit  $w$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $w_0 = 36$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $w_{n+1} = \frac{w_n}{2} + 2$ .

Dans cet exemple, on a :

$$w_0 = 36; \quad w_1 = \frac{36}{2} + 2 = 20; \quad w_2 = \frac{20}{2} + 2 = 12; \quad w_3 = \frac{12}{2} + 2 = 8 \quad w_4 = \frac{8}{2} + 2 = 6 \quad \dots$$

## II Représentation graphique

## III Variation d'une suite



### Définition

1. suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est **croissante** (respectivement **strictement croissante**) si et seulement si pour tout entier naturel  $n$  on a :

$$u_{n+1} \geq u_n \quad (\text{respectivement } u_{n+1} > u_n)$$

2. suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est **décroissante** (respectivement **strictement décroissante**) si et seulement si pour tout entier naturel  $n$  on a :

$$u_{n+1} \leq u_n \quad (\text{respectivement } u_{n+1} < u_n)$$



### Propriétés

1. suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est **croissante** (respectivement **décroissante**) si et seulement si pour tout entier naturel  $n$  on a :  $u_{n+1} - u_n \geq 0$  (respectivement  $u_{n+1} - u_n \leq 0$ ).

2. soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite à terme strictement positifs définie sur  $\mathbb{N}$ .

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est **croissante** (respectivement **décroissante**) si et seulement si pour tout entiers naturel  $n$ ,  $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$  (respectivement  $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$ ).

3. soit  $f$  une fonction définie sur  $[0; +\infty[$  et  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par  $u_n = f(n)$ .

Si  $f$  est croissante sur  $[0; +\infty[$  (respectivement  $f$  est décroissante sur  $[0; +\infty[$ ), alors la

suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est **croissante** (respectivement **décroissante**).

💡 Exemples

✍ Démonstration