

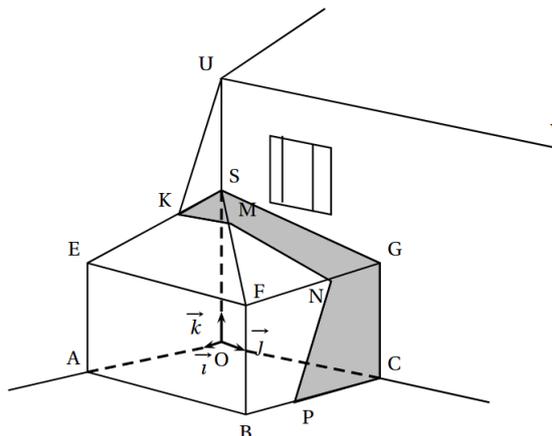
TS - DS 4 DU 19 OCTOBRE (50 MINUTES)

2023-2024

Un particulier s'intéresse à l'ombre portée sur sa future véranda par le toit de sa maison quand le soleil est au zénith. Cette véranda est schématisée ci-dessous en perspective cavalière dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Le toit de la véranda est constitué de deux faces triangulaires SEF et SFG.

- Les plans (SOA) et (SOC) sont perpendiculaires.
- Les plans (SOC) et (EAB) sont parallèles, de même que les plans (SOA) et (GCB).
- Les arêtes [UV] et [EF] des toits sont parallèles.

Le point K appartient au segment [SE], le plan (UVK) sépare la véranda en deux zones, l'une éclairée et l'autre ombragée. Le plan (UVK) coupe la véranda selon la ligne polygonale KMNP qui est la limite ombre-soleil.



1. Sans calcul, justifier que :
 - (a) le segment [KM] est parallèle au segment [UV];
 - (b) le segment [NP] est parallèle au segment [UK].
2. Dans la suite de l'exercice, on se place dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
Les coordonnées des différents points sont les suivantes :

$$A(4; 0; 0), \quad B(4; 5; 0), \quad C(0; 5; 0), \quad E\left(4; 0; \frac{5}{2}\right)$$

$$F\left(4; 5; \frac{5}{2}\right), \quad G\left(0; 5; \frac{5}{2}\right), \quad S\left(0; 0; \frac{7}{2}\right), \quad U(0; 0; 6) \text{ et } V(0; 8; 6)$$

On souhaite déterminer de manière exacte la section des faces visibles de la véranda par le plan (UVK), qui sépare les zones ombragée et ensoleillée.

- (a) Déterminer une équation paramétrique de la droite (SE).
- (b) Au moment le plus ensoleillé, le point K a pour abscisse $\frac{6}{5}$.
Déduire de la question précédente les coordonnées du point K.
3. Dans la suite de l'exercice, on prendra pour point K, le point de coordonnées $\left(\frac{6}{5}; 0; \frac{16}{5}\right)$.

On admet que le point M a pour coordonnées $\left(\frac{6}{5}; \frac{3}{2}; \frac{16}{5}\right)$.

Soit $a \in \mathbb{R}$ et P le point de coordonnées $(a; 5; 0)$

- (a) Déterminer une équation paramétrique de la droite (KM).
- (b) Justifier qu'une équation paramétrique de la droite (NP) est :

$$\begin{cases} x = a + 3k \\ y = 5 \\ z = -7k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

- (c) Montrer que les droites (KM) et (NP) sont sécantes si et seulement si $a = \frac{18}{7}$.
- (d) En déduire les coordonnées du point P.