Continuité, Dérivation et Convexité

Programme

Contenu :

- Composée de deux fonctions, notation $v \circ u$. Relation $(v \circ u)' = u' \times (v' \circ u)$ pour la dérivée de la composée de deux fonctions dérivables.
- Dérivée seconde d'une fonction.
- Fonction convexe sur un intervalle : définition par la position relative de la courbe représentative et des sécantes. Pour une fonction deux fois dérivable, équivalence admise avec la position par rapport aux tangentes,la croissance de f', la positivité de f''.
- Point d ?inflexion.
- Fonction continue en un point (définition par les limites), sur un intervalle. Toute fonction dérivable est continue.
- Image d ?une suite convergente par une fonction continue.
- Théorème des valeurs intermédiaires. Cas des fonctions continues strictement monotones.

Capacités attendues :

- Calculer la dérivée d'une fonction donnée par une formule simple mettant en jeu opérations algébriques et composition.
- Calculer la fonction dérivée, déterminer les limites et étudier les variations d'une fonction construite simplement à partir des fonctions de référence.
- Démontrer des inégalités en utilisant la convexité d'une fonction.
- Esquisser l'allure de la courbe représentative d'une fonction f à partir de la donnée de tableaux de variations de f, de f' ou de f''.
- Lire sur une représentation graphique de f, de f' ou de f'' les intervalles où f est convexe, concave, et les points d ?inflexion. Dans le cadre de la résolution de problème, étudier et utiliser la convexité d ?une fonction.
- Étudier les solutions d ?une équation du type $f(x) = k$: existence, unicité, encadrement.
- Pour une fonction continue f d'un intervalle dans lui-même, étudier une suite définie par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.

Démonstrations :

- Si f'' est positive, alors la courbe représentative de f est au-dessus de ses tangentes.

Algorithme :

- Méthode de dichotomie.
- Méthode de Newton, méthode de la sécante.