

TERMINALE MATHS EXPERT - INT4 : ARITHMÉTIQUE

2023-2024

Exercice 1

- (a) Soit d un diviseurs positif commun à 165 et 324.
Déduire de l'égalité $2 \times 165 - 324 = 6$ que $d \in \{1; 2; 3; 6\}$;
(b) En déduire l'ensemble des diviseurs communs de 165 et 324.
- Soit n un entier relatif.
(a) Démontrer que si $3n + 2$ divise $5n + 1$, alors $3n \in \{-9; -3; -1; 5\}$
(b) Déduire de la question précédente les valeurs de n telles que $\frac{5n + 1}{3n + 2} \in \mathbb{Z}$

Exercice 2

L'objectif est de déterminer le reste de la division euclidienne de 2025^{2025} par 7

- Déterminer pour tout n le reste de la division euclidienne de 10^n par 7
- En déduire que $2025 \equiv 2 \pmod{7}$
- Démontrer que $2025 \equiv 3 \pmod{6}$
- En déduire le reste de la division euclidienne de 2025^{2025} par 7.

Exercice 3

Joyeux anniversaire Marcelle!!!

mamie Marcelle fête aujourd'hui ses 97 ans. elle est en effet né le 11 décembre 1926.

- Déterminez le reste de la division euclidienne de 365 par 7.
- Combien d'année bissextile Marcelle a-t-elle connue dans sa vie, sachant que les années bissextiles sont les années multiples de 4, avec une exception pour les années multiples de 100, et une contre-exception de celle multiples de 400.
- En déduire le jour de la semaine qui a vu naître Marcelle.

Exercice 4

L'objectif est de démontrer l'unicité du quotient et du reste dans la division euclidienne d'un entier relatif a par l'entier naturel non nul b .

Soient $(q, r) \in \mathbb{Z}^2$ et $(q', r') \in \mathbb{Z}^2$ deux couples tels que :

$$a = bq + r \quad , \quad a = bq' + r' \quad , \quad 0 \leq r < b \quad \text{et} \quad 0 \leq r' < b$$

- Démontrer que $b|(r - r')$
- Démontrer que $-b < r - r' < b$
- En déduire que $r = r'$.
- En déduire que $q = q'$