

# Probabilités conditionnelles

## Exercices

### Exercice 1

On considère l'univers  $\Omega = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ .

Préciser dans chacun des cas suivants si le tableau proposé définit une loi de probabilité sur  $\Omega$ .

1.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
0,3	0,5	0,1	0,05

2.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

3.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
0,25	0,25	0,25	0,25

### Exercice 2

Un dé à 6 faces a été truqué de sorte que les probabilités d'apparition de chaque face soient données par la loi de probabilité ci-dessous.

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0.1	0.2	0.05	0.2	0.25	0.2

On lance une fois ce dé une fois.

1. Calculer la probabilité de l'évènement  $A$  : "le résultat obtenu est pair".
2. Calculer la probabilité de l'évènement  $B$  : "le résultat obtenu est un nombre premier".
3. Caractériser par une phrase l'évènement " $A$  et  $B$ ", noté aussi  $A \cap B$  et calculer sa probabilité.
4. Caractériser par une phrase l'évènement " $A$  ou  $B$ ", noté aussi  $A \cup B$  et calculer sa probabilité.

### Exercice 3

On lance deux dés cubiques biens équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6 ; l'un est rouge et l'autre vert. Quelle est la probabilité d'apparition d'une somme des faces obtenues impaires sachant que le dé vert affiche 2.

### Exercice 4

1. Soit  $P(A \cap B) = 0.2$  et  $P(A) = 0.4$ .  
Calculer  $P_A(B)$ .
2. Soit  $P_A(B) = 0.6$  et  $P(A \cap B) = 0.3$ .  
Calculer  $P(A)$ .
3. Soit  $P(B) = 0.7$  et  $P_B(A) = 0.2$ .

Calculer  $P(A \cap B)$ .

### Exercice 5

Soit  $P(A) = 0.3$  et  $P(B) = 0.7$  et  $P(A \cup B) = 0.8$ .

Calculer  $P(A \cap B)$  puis  $P_B(A)$  et  $P_A(B)$ .

### Exercice 6

Dans un échantillon de population étudié, on constate les caractéristiques suivantes :

- 18% des individus sont musiciens.
- 30% des individus sont sportifs.
- 27% des musiciens ne sont pas sportifs.

1. On choisit au hasard un individu dans cet échantillon. Quelle est la probabilité qu'il soit musicien et sportif?
2. On choisit au hasard un musicien. Quelle est la probabilité qu'il ne soit pas sportif?
3. Sachant qu'un individu n'est pas musicien, quelle est la probabilité qu'il ne soit pas sportif?

### Exercice 7

Un joueur de tennis réussit sa première balle de service à 70% et s'il a échoué à la première, il réussit à la seconde à 90%.

Quelle est la probabilité que ce joueur commette une double faute, c'est à dire qu'il échoue à ses deux services.

### Exercice 8

Une épidémie de grippe touche le quart d'une population.

Le tiers de cette population est vacciné contre la grippe, et on estime qu'un malade grippé sur 10 est vacciné (les vaccins n'étant jamais efficace à 100%). Quelle est la probabilité, pour un individu vacciné de cette population, d'être malgré tout grippé?

1. On considère 10 appareils identiques, de même garantie, fonctionnant indépendamment les uns des autres. La probabilité pour chaque appareil de tomber en panne durant la période de garantie est égale à 0,15. La probabilité pour qu'exactly 9 appareils soient en parfait état de marche à l'issue de la période de garantie est égale à :

**A** :  $0,35 \times 10^{-2}$       **B** :  $0,85^9$

**C** :  $0,85^9 \times 0,15$       **D** :  $0,85^9 \times 0,15 \times 10$

### Exercice 9

On lance successivement deux fois un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotés de 1 à 6.

Etudier l'indépendance des évènements suivants :

1.  $A$  : " 3 sort en premier " et  $B$  : " 5 sort en second "
2.  $C$  : " 5 sort en premier " et  $D$  : " 5 sort deux fois "
3.  $E$  : " 1 sort en premier " et  $F$  : " 6 sort une seule fois "

#### Exercice 1

Dans une urne sont placés 100 jetons rouges, dont 50 portent le numéro 0 et 50 portent le numéro 1.

On ajoute dans cette urne 30 jetons verts numérotés 0.

Combien de jetons verts numérotés 1 faut-il ajouter dans l'urne pour que les évènements  $A$  "le jeton est rouge" et  $B$  "le jeton porte le numéro 0" soit indépendants lors d'un tirage au hasard d'un jeton de l'urne.

### Exercice 10

On considère deux évènements indépendants  $A$  et  $B$ . Dans le tableau suivant, on lit par exemple  $P(A \cap \bar{B}) = n$ .

	$A$	$\bar{A}$
$B$	$m$	$p$
$\bar{B}$	$n$	$q$

1. Démontrer l'indépendance de  $A$  et  $\bar{B}$ .
2. En admettant l'indépendance de  $\bar{A}$  et  $B$ , puis celle de  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$ . Démontrer que  $mq = np$ .

### Exercice 11

Soit  $A$  et  $B$  deux évènements de probabilité non nulle.

1. Etude théorique sachant que  $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$ , démontrer que :

$$P_B(A) = \frac{P(A) - P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(A)}{P(B)}$$

2. Application

Une population peut être atteinte par deux maladies  $A$  et  $B$ . Une étude statistique a révélée que :

- La probabilité pour une personne d'être atteinte par la maladie  $A$  est 0,2, celle d'être atteinte par  $B$  est 0,3.
- La probabilité pour une personne, n'étant pas atteinte par  $B$  de l'être par  $A$  est de 0,1.

- (a) Calculer la probabilité pour une personne atteinte par  $B$  de l'être aussi par  $A$ .

- (b) Les maladies  $A$  et  $B$  frappent-elles indépendamment les individus de cette population ?

### Exercice 12

Dans une région, il pleut avant midi 1 jour sur 6. Un jour donné, s'il pleut avant midi, alors il pleut après midi avec une probabilité de  $\frac{1}{3}$ .

Si, au contraire, il ne pleut pas avant midi, alors il pleut après midi avec une probabilité de  $\frac{1}{6}$ .

On choisit un jour de l'année au hasard.

Quelle est la probabilité que, dans la région concernée, il ait plu après midi ce jour là ?

### Exercice 13

Le tableau suivant donne la répartition des 1250 élèves d'un lycée selon leur classe et leur participation à l'atelier d'arts plastiques proposé dans l'établissement.

	Seconde	Première	Terminale
Participe à l'atelier	70	28	24
Ne participe pas	430	322	376

- On choisit un élève de seconde au hasard ; quelle est la probabilité pour qu'il suive l'atelier d'arts plastiques ?
- On choisit un élève de lycée au hasard.
  - Construire un arbre pondéré schématisant la situation.
  - Quelle est la probabilité que ce soit un élève de seconde suivant l'atelier d'arts plastiques ?
  - Quelle est la probabilité que ce soit un élève suivant l'atelier d'arts plastiques ?
  - Sachant que l'élève suit l'atelier, quelle est la probabilité qu'il soit en classe de première ?