Fonction Exponentielle

1 Définition

Propriété

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f(0) = 1$ et pour tout réel x, $f'(x) = f(x)$.
On a alors pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \neq 0$

Définition

Il **existe une unique** fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ qui est égale à sa dérivée et qui prend la valeur 1 en 0. Cette fonction (noté exp) est appelée fonction exponentielle.
Donc pour tout réel x :

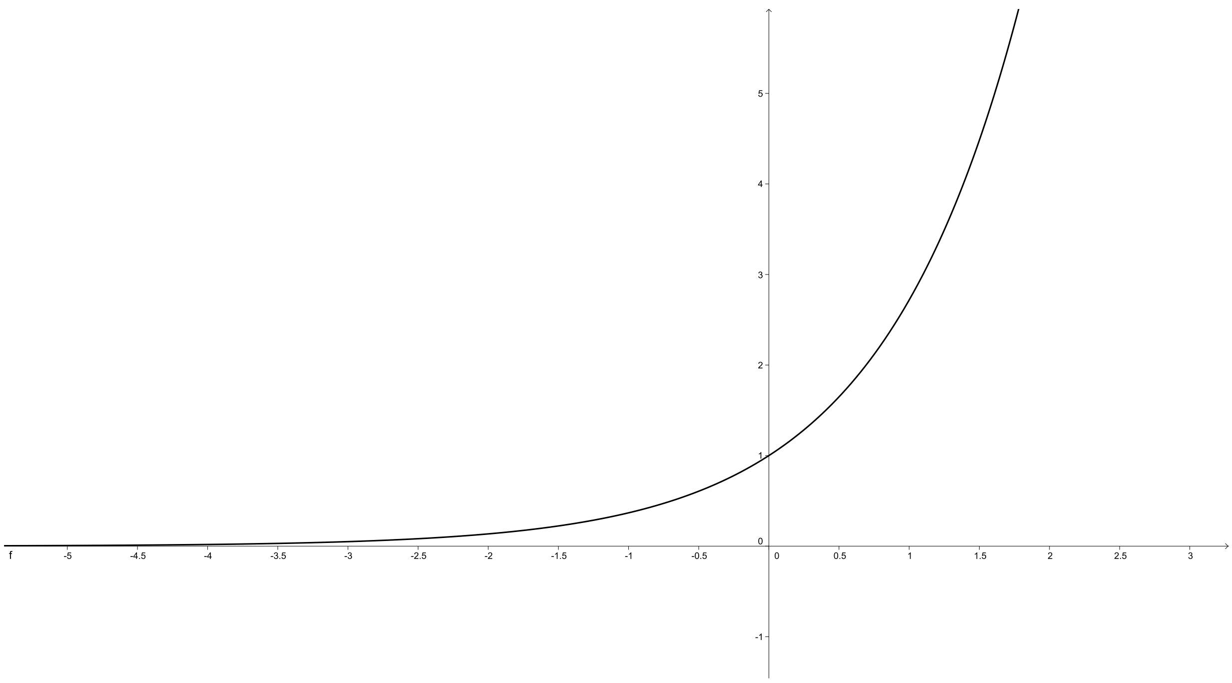
$$\exp'(x) = \exp(x) \qquad \text{et} \qquad \exp(0) = 1$$

L'existence d'une telle fonction est **admise**.

2 Propriétés et représentation graphique

Propriété

La fonction exponentielle est strictement positives sur $\mathbb{R}$ (C'est à dire, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\exp(x) > 0$), et par conséquent, elle strictement croissante sur $\mathbb{R}$.



Propriétés Admises

- Pour tout réels a et b, $\exp(a) = \exp(b)$ si et seulement si $a = b$
- Pour tout réels a et b, $a < b$ si et seulement si $\exp(a) < \exp(b)$

Propriété

Soient a et b deux réels et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \exp(ax + b)$$

f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a :

$$f'(x) = a \times \exp(ax + b)$$

3 Propriétés algébriques et nouvelle notation

Propriété

1. Pour tout réels x et y, $\exp(x + y) = \exp(x) \times \exp(y)$
2. Pour tout réel x, $\exp(-x) = \dfrac{1}{\exp(x)}$
3. Pour tout réels x et y, $\exp(x - y) = \dfrac{\exp(x)}{\exp(y)}$
4. Pour tout réel x et pour tout entier relatif n, $(\exp(x))^n = \exp(nx)$

Propriété

1. $e^0 = 1$
2. Pour tout réels x et y, $\mathrm{e}^{x+y} = \mathrm{e}^x \times \mathrm{e}^y$
3. Pour tout réel x, $\mathrm{e}^{-x} = \dfrac{1}{\mathrm{e}^x}$
4. Pour tout réels x et y, $\mathrm{e}^{x-y} = \dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^y}$
5. Pour tout réel x et pour tout entier relatif n, $(\mathrm{e}^x)^n = \mathrm{e}^{nx}$