

# TS - DS 1 DU 15 SEPTEMBRE (20 MINUTES)

2024-2025

## EXERCICE 1

On considère deux suites  $(u_n)$  et  $(w_n)$  :

- la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 1$  et, pour tout entier naturel  $n$ , par  $u_{n+1} = 2u_n - n + 3$ .
- la suite  $(w_n)$  définie, pour tout entier naturel  $n$ , par  $w_n = 2^n$ .

### Partie A : Étude de la suite $(u_n)$

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :

$$u_n = 3 \times 2^n + n - 2$$

### Partie B : Étude de la suite $\left(\frac{u_n}{w_n}\right)$

Soit  $(t_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par :

$$t_n = \frac{u_n}{w_n}$$

1. Montrer que pour tout entier  $n$ , on a :

$$t_{n+1} - t_n = \frac{-n+3}{2^{n+1}}$$

2. En déduire que la suite  $(t_n)$  est décroissante à partir du rang  $n = 3$ .