I Définition et exemple

Définition

Une suite u (ou $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$) est une application définie sur $\mathbb{N}$ (ou sur $\mathbb{N}$ privé des premiers entiers 0, 1, 2, 3, 4,...,k)
u_n se lit u indice n. On dit aussi que c'est le **terme** de rang (ou d'indice) n de la suite u.

Exemples

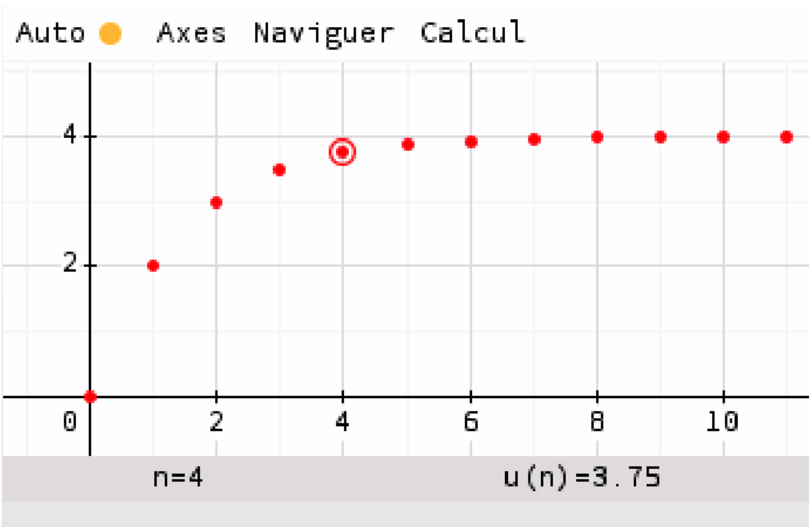
1. Soit v la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $v_n = n^2 + 3$.
   Dans cet exemple, on a :
   $$v_1 = 1^2 + 3 = 4; \quad v_2 = 2^2 + 3 = 7; \quad v_3 = 3^2 + 3 = 12; \quad v_4 = 4^2 + 3 = 19 \quad \ldots$$
2. Soit w la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $w_0 = 36$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_{n+1} = \dfrac{w_n}{2} + 2$.
   Dans cet exemple, on a :
   $$w_0 = 36; \quad w_1 = \frac{36}{2}+2 = 20; \quad v_2 = \frac{20}{2}+2 = 12; \quad w_3 = \frac{12}{2}+2 = 8 \quad w_4 = \frac{8}{2}+2 = 6 \quad \ldots$$

II Représentation graphique

Soit (u_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$.
Dans cette représentation, chaque point aura en abscisse le rang n d'un des terme de la suite et en ordonnée la valeur u_n du terme.

Exemples

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2} + 2$



III Variation d'une suite

Définition

1. Une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est **croissante** (respectivement **strictement croissante**) si et seulement si pour tout entier naturel n on a :

$$u_{n+1} \geqslant u_n \quad (\text{ respectivement } u_{n+1} > u_n)$$

2. Une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est **décroissante** (respectivement **strictement décroissante**) si et seulement si pour tout entier naturel n on a :

$$u_{n+1} \leqslant u_n \quad (\text{ respectivement } u_{n+1} < u_n)$$

Propriétés

1. Une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est **croissante** (respectivement **décroissante**) si et seulement si pour tout entier naturel n on a : $u_{n+1} - u_n \geqslant 0$ (respectivement $u_{n+1} - u_n \leqslant 0$).
2. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite **à terme strictement positifs** définie sur $\mathbb{N}$.
   $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est **croissante** (respectivement **décroissante**) si et seulement si pour tout entiers naturel n, $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \geqslant 1$ $\left(\text{respectivement} \dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leqslant 1\right)$.
3. Soient f une fonction définie sur $[0;+\infty[$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_n = f(n)$.
   Si f est croissante sur $[0;+\infty[$ (respectivement f est décroissante sur $[0;+\infty[$), alors la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est **croissante** (respectivement **décroissante**).

Exemples

Démonstration