

Première DS 3
CORRECTION

Exercice 1

① Réponse B

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times 4 = \frac{1}{2} + \frac{12}{2}$$
$$= \frac{13}{2}$$

② Réponse B

Soit x le volume total du l-iceberg
 $0,1 \times x = 150$ donc $x = \frac{150}{0,1} = 1500$

③ Réponse D

$$0,845 - 1 = -0,155 = -\frac{15,5}{100}$$

④ Réponse C

L'ordonnée à l'origine est 30 et le coefficient directeur a est :

$$a = \frac{30 - 0}{0 - 3} = -10$$

$$\text{donc } f(x) = -10x + 30$$

5

Réponse B

$$\frac{2 \times 3^2}{27 \times 2^3} = \frac{2 \times 3^2}{3^3 \times 2^3} = \frac{1}{3 \times 2^2} = \frac{1}{12}$$

Exercice 2

① A et B n'ayant pas les mêmes abscisses, il existe $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tel que :

$$(AB): y = ax + b$$

$$\text{avec } a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - (-1)}{3 - (-2)} = \frac{3}{5}$$

$$\text{d'où : } (AB) : y = \frac{3}{5}x + b$$

$$A \in (AB) \text{ donc } y_A = \frac{3}{5}x_A + b$$

$$-1 = \frac{3}{5} \times (-2) + b$$

$$-\frac{5}{5} + \frac{6}{5} = b$$

$$\text{donc } b = \frac{1}{5}$$

$$\text{D'où : } (AB) : y = \frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$$

② d'une part $y_c = 5$

$$\text{D'autre part, } \frac{3}{5}x_c + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \times 8 + \frac{1}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$$\text{Donc } y_c = \frac{3}{5}x_c + \frac{1}{5} \text{ d'où } C \in (AB)$$

③ Pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

$$\begin{cases} y = \frac{3}{5}x + \frac{1}{5} \\ y = -2x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5y = 3x + 1 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 13x - 4 \\ 13y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} L_1 - 5L_2 &\rightarrow L_1 \\ 2L_1 + 3L_2 &\rightarrow L_2 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{13} \\ y = \frac{5}{13} \end{cases}$$

donc $I\left(\frac{4}{13}; \frac{5}{13}\right)$

④ (d') étant parallèle à (d) , elles ont le même coefficient directeur. Donc il existe $b \in \mathbb{R}$ tel que :

$$(d') : y = -2x + b$$

$$C \in (d') \text{ donc } y_c = -2x_c + b$$

$$5 = -2 \times 8 + b$$

$$5 + 16 = b$$

$$21 = b$$

donc :

$$(d') : y = -2x + 21$$

Exercice 3

① Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{avec } a = -2, b = -3 \\ \text{ou } c = -1$$

$$\text{donc } f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$$

$$\beta = f(\alpha) = -2\left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 3 \times \frac{-3}{4} - 1$$

$$= -\frac{9}{8} + \frac{9}{4} - 1$$

$$= \frac{-9 + 18 - 8}{8}$$

$$= \frac{1}{8}$$

$$\text{Donc } f(x) = -2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{8}$$

② D'après la question précédente, "a" étant strictement négatif, on a :

x	$-\infty$	$-\frac{3}{4}$	$+\infty$
f		$\frac{1}{8}$	

③ Soit Δ le discriminant de $-2x^2 - 3x - 1$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-3)^2 - 4 \times (-2) \times (-1)$$

$$= 9 - 8$$

$$= 1$$

$\Delta > 0$ donc $f(x) = 0$ à deux solutions x_1 et x_2
avec :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{-4} = \frac{3-1}{-4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{-4} = \frac{3+1}{-4} = -1$$

④ On déduit de la question précédente :

$$f(x) = -2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x+1)$$