

Première DS 1
Correction.

Exercice 1

$$\begin{aligned} A &= (2x-1)^2 - (2x+1)(x-2) \\ &= 4x^2 - 4x + 1 - (2x^2 - 4x + x - 2) \\ &= 4x^2 - 4x + 1 - 2x^2 + 3x + 2 \\ &= 2x^2 - x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{2x+1}{3} + \frac{x-1}{2x-3} \\ &= \frac{(2x+1)(2x-3)}{3(2x-3)} + \frac{3(x-1)}{3(2x-3)} \\ &= \frac{4x^2 - 6x + 2x - 3 + 3x - 3}{6x-9} \end{aligned}$$

$$= \frac{4x^2 - x - 6}{6x-9}$$

Exercice 2

① Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$3(2x-1)+1 = -x+3 \iff 6x-3+1 = -x+3$$

$$\iff 7x = 3+2$$

$$\iff x = \frac{5}{7}$$

② Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$\frac{3x-1}{x-2} = 1 \iff 3x-1 = x-2 \quad \text{car } x \neq 2$$
$$\iff 2x = -1$$

$$\iff x = \frac{-1}{2}$$

Exercice 3

① Pour tout $x \in \mathbb{R}$

• $2x-1 > 0 \iff 2x > 1$

$$\iff x > \frac{1}{2}$$

et $2x-1 = 0 \iff x = \frac{1}{2}$

• $-x+2 > 0 \iff -x > -2$

$$\iff x < 2$$

et $-x+2 = 0 \iff x = 2$

Donc le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
-5		-	-	-
$2x-1$		-	+	+
$-x+2$		+	+	-
$-5(2x-1)(-x+2)$		+	-	+

$$\text{Donc } -5(2x-1)(-x+2) \geq 0 \iff x \in \left]-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty[$$

② Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\frac{-3x-1}{2x+2} < 1 \Leftrightarrow \frac{-3x-1}{2x+2} - 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3x-1}{2x+2} - \frac{2x+2}{2x+2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3x-1-2x-2}{2x+2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-5x-3}{2x+2} < 0$$

on :

$$\begin{aligned} \bullet -5x-3 > 0 &\Leftrightarrow -5x > 3 \\ &\Leftrightarrow x < -\frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\text{et } -5x-3=0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} \bullet 2x+2 > 0 &\Leftrightarrow 2x > -2 \\ &\Leftrightarrow x > -1 \end{aligned}$$

$$\text{et } 2x+2=0 \Leftrightarrow x = -1$$

Donc le tableau de signe suivant,

x	-1	-1	$-\frac{3}{5}$	$+\infty$
$-5x-3$		+	+	-
$2x+2$		-	+	+
$\frac{-5x-3}{2x+2}$		-	+	-

$$\text{Donc } \frac{-3x-1}{2x+2} < 1 \Leftrightarrow x \in]-1; -1[\cup]-\frac{3}{5}; +\infty[$$