

Calcul littéral et equation

Exercice 1

Développer et réduire les expressions des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 4x - 2x + 3 - 4x + 2x$
2. $g(x) = 2(4x + 1) + (-x + 1)(3x - 2)$
3. $h(x) = 2(-x - 1) + 3(2x - 1)(x - 2)$

Exercice 2

Développer et réduire les expressions des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 4(2x + 1) + 4(3x - 1)$
2. $g(x) = 2(-x - 1) - 3(2x - 1)$
3. $h(x) = 2(-x - 1) + (x - 1)(4x - 2)$

Exercice 3

Développer et réduire les expressions des fonctions suivantes :

1. $f(x) = (x - 3)(2x - 1) + (3x - 1)(x - 2)$
2. $g(x) = 2(-2x - 1) - (-x - 1)(2x - 1)$
3. $h(x) = 3(x - 1)(4x - 2)$

Exercice 4

Développer et réduire les expressions des fonctions suivantes :

1. $f(x) = (2x - 1)(x - 1) + (x - 2)(3x + 4)$
2. $g(x) = 2(x - 2) - (2x - 1)(x - 3)$
3. $h(x) = 3(2x - 1)(x - 2)$

Exercice 5

Résoudre les équations ou inéquations suivantes sur l'ensemble des réels :

1. $2x + 3 = 7$
2. $2(3x - 5) = x + 2$
3. $2(x - 5) > 4x + 6$

Exercice 6

Résoudre les équations ou inéquations suivantes sur l'ensemble des réels :

1. $2x + 7 > 0$
2. $2(-3x - 5) < x + 2$
3. $2x - 5 > 6x + 1$
4. $3 + \frac{x}{3} \leq x + 2$

Exercice 7

Résoudre les équations ou inéquations suivantes sur l'ensemble des réels :

1. $\frac{4x}{3} + 2 \geq \frac{x}{2}$
2. $\frac{x+1}{7} \leq 2x - 1$
3. $\frac{2x-5}{3} > \frac{6x+1}{2}$
4. $3 + \frac{x}{3} \leq \frac{x+2}{3}$

Exercice 8

Etudiez en fonction de x , le signe des fonctions suivantes.

1. $f(x) = (-x - 2)(2x + 4)$
2. $g(x) = (4x + 2)(x - 1)$
3. $h(x) = 7 \times (-x - 1)(-2x - 1)$
4. $i(x) = 3x + 7 - 4x - 2$

Exercice 9

Résoudre les équations ou inéquations suivantes sur l'ensemble D :

1. $\frac{4x}{3} + 2 + \frac{x+1}{2} > 0$ avec $D = \mathbb{R}$
2. $\frac{x+1}{4x-1} \leq 0$ avec $D = \left] -\infty; \frac{1}{4} \right[\cup \left] \frac{1}{4}; +\infty \right[$
3. $\frac{2x-5}{3x-1} > 1$ avec $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{3} \right\}$
4. $3 + \frac{x}{2x-1} \leq \frac{1}{3}$ avec $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

Exercice 10

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 6x + 5$

1. Développer $(x + 3)^2$

2. En déduire les réels a et b tels que $f(x) = (x + a)^2 + b$
3. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$

Exercice 11

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x - 1$

1. Développer $(x - 2)^2$
2. En déduire les réels a et b tels que $f(x) = (x - a)^2 + b$
3. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$

Exercice 12

Développez et simplifiez les expressions suivantes :

1. $A = (3 - 2x)^2 + 5 \times (x - 2)$
2. $B = 3 \times (x - 1) - (2 - 5x)^2$
3. $C = 4x - 3 - 2(x + 1)(4 - 3x)$

Exercice 13

Effectuer le calcul suivant et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$D = 2 + \frac{\frac{1}{3} - 5}{2}$$

Exercice 14

Résoudre l'équation suivante :

$$5(x - 2) = 7(x + 5) - 3(x + 6)$$

Exercice 15

Résoudre dans l'ensemble des réels les inéquations suivantes :

1. $5x + 3 \geq 7$
2. $3x - 2 \leq 2x + 1$
3. $\frac{2x + 4}{x - 2} > 3$

Exercice 16

1. Factoriser au maximum les expressions suivantes.
 - (a) $D = (x - 4)^2 - (4x + 1)(x - 4)$
 - (b) $E = 4x^2 + 9 + 12x$
 - (c) $F = (x - 2)^2 - (1 - 2x)^2$
2. Résoudre les équations :

(a) $(5x - 7) \times (-x - 3) = 0$

(b) $(2x + 7)^2 - (x - 5)^2 = 0$

(c) $2x - 5(x + 1) = x - 7$

Exercice 17

Résoudre les systèmes d'équations suivants en utilisant la méthode de substitution, puis en utilisant la méthode des combinaisons linéaires :

1. $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = -5x + 7 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 4a + 2b = 3 \\ 3a - 2b = 5 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 5a + 2b = 1 \\ 3a - 4b = 6 \end{cases}$

Exercice 18

Résoudre sur l'ensemble des réels les inéquations suivantes (Vous pourrez pour vous aider faire un tableau de signes) :

1. $(2x - 1)(-5x + 2) > 0$

2. $(4x - 2)(x + 4) \leq (4x - 2)(1 - 2x)$

3. $(2x + 1)^2 - (3x - 2)^2 \geq 0$

4. $(3x - 2)^2 \leq 4$

5. $(x - 2)^2 > (2x - 3)^2$

Exercice 19

1. Démontrer que $(1 + 3\sqrt{5})^3 = 136 + 144\sqrt{5}$

2. En déduire alors la valeur de la racine cubique de $136 + 144\sqrt{5}$

Exercice 20

On s'intéresse aux variations de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$.

1. Démontrer que pour tout réels a et b , on a :

$$b^3 - a^3 = (b - a)(a^2 + ab + b^2)$$

2. Soient a et b deux réels tels que $0 \leq a < b$.

(a) Montrer que $b^3 - a^3 > 0$

(b) En déduire les variations de la fonction cube sur $[0 ; +\infty[$.

3. Soient a et b deux réels tels que $a < b \leq 0$.

(a) Montrer que $b^3 - a^3 > 0$

(b) En déduire les variations de la fonction cube sur $[-\infty ; 0]$.

4. Soient a et b deux réels tels que $a < 0$ et $b > 0$.
Comparer a'' et b^3 .
5. Conclure quant aux variations de la fonction cube sur $\mathbb{R}$

Exercice 21

Soient a , b et c trois réels et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Déterminer a , b et c tels la courbe représentative de f passe par les points $A(0; 2)$, $B(1, 0)$ et $C(2, 1)$

Exercice 22

Soient a et b deux réels et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{ax + 3}{bx^2 + 1}$$

1. Quel doit être le signe de b pour que la fonction f soit bien définie sur $\mathbb{R}$? Justifier votre réponse.
2. Déterminer a , b tels la courbe représentative de f passe par les points $A(1; 1)$ et $B(-1, 3)$.
3. En déduire que :

$$f(x) = \frac{-9x + 12}{-x^2 + 4}$$

Exercice 23

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 2$$

$$1. \text{ Montrer que } f(x) = 2 \left(\left(x - \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{25}{16} \right)$$

2. En déduire que :

$$f(x) = 2 \left(x - \frac{1}{2} \right) (x + 2)$$

3. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$

Exercice 24

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4x^2 + 2x - 3$$

$$1. \text{ Montrer que } f(x) = 4 \left(x - \frac{1}{4} \right)^2 - \frac{13}{4}$$

2. En déduire que :

$$f(x) = 4 \left(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \right) \left(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \right)$$

3. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$