

TERMINALE - DS 5

2026-2027

Exercice 1

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Dans une grande ville, des trottinettes électriques sont mises à disposition des usagers. Une entreprise, chargée de l'entretien du parc de trottinettes, contrôle leur état chaque lundi.

Partie A

On estime que :

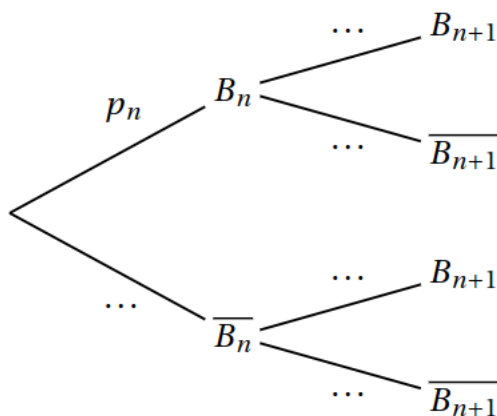
- lorsqu'une trottinette est en bon état un lundi, la probabilité qu'elle soit encore en bon état le lundi suivant est 0,9 ;
- lorsqu'une trottinette est en mauvais état un lundi, la probabilité qu'elle soit en bon état le lundi suivant est 0,4.

On s'intéresse à l'état d'une trottinette lors des phases de contrôle.

Soit n un entier naturel. On note B_n l'évènement « la trottinette est en bon état n semaines après sa mise en service » et p_n la probabilité de B_n .

Lors de sa mise en service, la trottinette est en bon état. On a donc $p_0 = 1$.

1. Donner p_1 et montrer que $p_2 = 0,85$.
2. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



3. En déduire que, pour tout entier naturel n , $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,4$.
4. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $p_n \geq 0,8$.
5. (a) On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = p_n - 0,8$.
Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison.
- (b) En déduire l'expression de u_n puis de p_n en fonction de n .
- (c) En déduire la limite de la suite (p_n) .
6. soit $s \in]0,8; 1[$.
Recopier et compléter ce script de sorte qu'il renvoie, après exécution, le plus petit entier n tel que $p_n < s$.

```

1  def seuil(s) :
2      u = .....
3      n = 0
4      while u ... s :
5          u = .....
6          n = .....
7      return .....

```

Partie B

Dans cette partie, on modélise la situation de la manière suivante :

- l'état d'une trottinette est indépendant de celui des autres ;
- la probabilité qu'une trottinette soit en bon état est égale à 0,8.

On note X la variable aléatoire qui, à un lot de 15 trottinettes, associe le nombre de trottinettes en bon état. Le nombre de trottinettes du parc étant très important, le prélèvement de 15 trottinettes peut être assimilé à un tirage avec remise.

1. Justifier que X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
2. Calculer la probabilité que les 15 trottinettes soient en bon état.
3. Calculer la probabilité qu'au moins 10 trottinettes soient en bon état dans un lot de 15.
4. Déterminez $E(X)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par :

$$f(x) = \frac{2x^2 - 4x + 2}{x - 2}$$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f .

1. On suppose que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. Montrer que pour tout réel appartenant à $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, on a :

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 8x + 6}{(x - 2)^2}$$

2. Déterminer le signe de $f'(x)$ en fonction de x sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
3. En déduire le tableau de variation de f .
4. f admet-elle un maximum sur $[0; 2[$? Si oui, donner ce maximum.
5. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.