

PREMIÈRE - PRÉPARATION DS 4

2026-2027

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – (5 pts)



Correction de l'exercice 1

1. Soit Δ le discriminant de $3x^2 - 2x + 1$
 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 3 \times 1 = 4 - 12 = -8$
 $\Delta < 0$ donc l'équation $3x^2 - 2x + 1 = 0$ n'admet aucune solution dans $\mathbb{R}$.

2.

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \times \frac{2}{5} \\ &= \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6} \right) \times \frac{2}{5} \\ &= \frac{5}{6} \times \frac{2}{5} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

3. Le dé étant équilibré, on a une situation d'équiprobabilité avec 2 issues sur les 6 d'avoir un nombre strictement supérieur 4, d'où une probabilité de $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

4. $1,1 \times 0,8 = 0,88$, et $0,88 - 1 = -0,12$, donc l'évolution globale subi par le prix du pantalon est une baisse de 12%

5.

$$\begin{aligned} g &= \frac{G \times m}{r^2} \\ g \times r^2 &= G \times m \\ r^2 &= \frac{G \times m}{g} \\ r &= \sqrt{\frac{G \times m}{g}} \end{aligned}$$

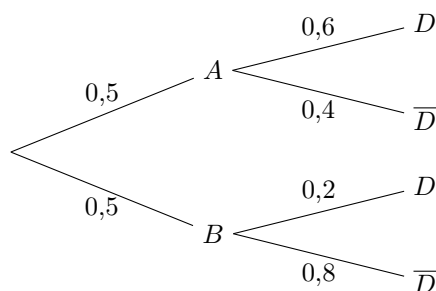
SECONDE PARTIE : EXERCICES – (10 pts)



Correction de l'exercice 2

D'après l'énoncé, on a :

- La pièce est équilibrée : $P(A) = P(B) = 0,5$.
 - $P_A(D) = 0,6$ et $P_B(\overline{D}) = 0,8$.
1. $P_A(\overline{D}) = 1 - 0,6 = 0,4$ et $P_B(D) = 1 - 0,8 = 0,2$.



2. $P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D) = 0,5 \times 0,6 = 0,3$.

La probabilité que le joueur pioche dans l'urne A et tire un jeton doré est égale à 0,3.

3. A et B forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(D) &= P(A \cap D) + P(B \cap D) \\ &= P(A) \times P_A(D) + P(B) \times P_B(D) \\ &= 0,5 \times 0,6 + 0,5 \times 0,2 \\ &= 0,3 + 0,1 \\ &= 0,4 \end{aligned}$$

4. On cherche $P_D(B)$. On a :

$$\begin{aligned} P(B \cap D) &= P(B) \times P_B(D) \\ &= 0,5 \times 0,2 \\ &= 0,1 \end{aligned}$$

donc :

$$\begin{aligned} P_D(B) &= \frac{P(B \cap D)}{P(D)} \\ &= \frac{0,1}{0,4} \\ &= 0,25 \end{aligned}$$

Sachant que le jeton obtenu est doré, la probabilité qu'il ait été pioché dans l'urne B est égale à 0,25.

Correction de l'exercice 3

1. Soit Δ le discriminant de $p(x)$.

$$\Delta = 1^2 - 4 \times (-2) \times 10 = 1 + 80 = 81$$

$\Delta > 0$ donc l'équation $p(x) = 0$ a deux solutions x_1 et x_2 sur $\mathbb{R}$ avec :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-1 - \sqrt{81}}{-4} & x_2 &= \frac{-1 + \sqrt{81}}{-4} \\ &= \frac{-1 - 9}{-4} & &= \frac{-1 + 9}{-4} \\ &= \frac{-10}{-4} & &= \frac{8}{-4} \\ &= \frac{5}{2} & &= -2 \end{aligned}$$

2. D'après la question précédente, la forme factorisée de p est :

$$p(x) = -2 \left(x - \frac{5}{2} \right) (x + 2)$$

3. La forme canonique de p est :

$$p(x) = -2(x - \alpha)^2 + \beta$$

avec :

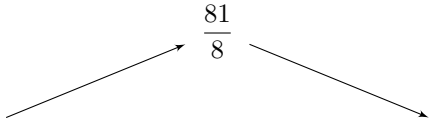
$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{-1}{2 \times (-2)} \\ &= \frac{1}{4} \\ \beta &= p(\alpha) \\ &= -2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} + 10 \\ &= -2 \times \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 10 \\ &= \frac{-1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{80}{8} \\ &= \frac{81}{8}\end{aligned}$$

Donc $\boxed{p(x) = -2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{81}{8}}$

Les coordonnées du sommet S de $\mathcal{P}$ sont par conséquent :

$$S\left(\frac{1}{4}; \frac{81}{8}\right)$$

4. Le coefficient du terme de degré 2 de $p(x)$ étant négatif et d'après la question précédente, on a :

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
f			

5. $A \in \mathcal{P}$ donc :

$$\begin{aligned}y_A &= -2x_A^2 + x_A + 10 \\ &= -2 + 1 + 10 \\ &= 9\end{aligned}$$

Donc $\boxed{A(1; 9)}$

De même, $B \in \mathcal{P}$ donc :

$$\begin{aligned}y_B &= -2x_B^2 + x_B + 10 \\ &= -2 \times (-2)^2 + 1 + 10 \\ &= -8 + 1 + 10 \\ &= 3\end{aligned}$$

Donc $\boxed{B(-2; 3)}$

A et B n'ayant pas les même abscisses, il existe deux réels a et b tels que l'équation réduite de (AB) est

$$y = ax + b$$



avec :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_a} = \frac{3 - 9}{-2 - 1} = \frac{-6}{-3} = 2$$

Donc $(AB) : y = 2x + b$

D'autre part, $A \in (AB)$, donc :

$$y_A = 2x_A + b$$

$$9 = 2 \times 1 + b$$

$$7 = b$$

Donc, l'équation réduite de la droite (AB) est $y = 2x + 7$