Equations

Correction de l'exercice 1

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} 2x+3=5x-2 &\iff 2x+3-5x=5x-2-5x \\ &\iff -3x+3=-2 \\ &\iff -3x+3-3=-2-3 \\ &\iff -3x=-5 \\ &\iff \frac{-3x}{-3}=\frac{-5}{-3} \\ &\iff x=\frac{5}{3} \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} 3x-3=2(x+1) &\iff 3x-3=2x+2 \\ &\iff 3x-3+3=2x+2+3 \\ &\iff 3x=2x+5 \\ &\iff 3x-2x=2x+5-2x \\ &\iff x=5 \end{aligned}$$

3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} 4x-2=-7x-1 &\iff 4x-2+7x=-7x-1+7x \\ &\iff 11x-2=-1 \\ &\iff 11x-2+2=-1+2 \\ &\iff 11x=1 \\ &\iff \frac{11x}{11}=\frac{1}{11} \\ &\iff x=\frac{1}{11} \end{aligned}$$

Correction de l'exercice 2

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}
\frac{4x-2}{3} = 2x+4 &\iff \frac{4x-2}{3} \times 3 = (2x+4) \times 3 \\
&\iff 4x-2 = 6x+12 \\
&\iff 4x-2+2 = 6x+12+2 \\
&\iff 4x = 6x+14 \\
&\iff 4x-6x = 6x+14-6x \\
&\iff -2x = 14 \\
&\iff \frac{-2x}{-2} = \frac{14}{-2} \\
&\iff x = -7
\end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}
x-2 = \frac{3x+1}{5} &\iff (x-2) \times 5 = \frac{3x+1}{5} \times 5 \\
&\iff 5x-10 = 3x+1 \\
&\iff 5x-10+10 = 3x+1+10 \\
&\iff 5x = 3x+11 \\
&\iff 5x-3x = 3x+11-3x \\
&\iff 2x = 11 \\
&\iff \frac{2x}{2} = \frac{11}{2} \\
&\iff x = \frac{11}{2}
\end{aligned}$$

3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}
\frac{2x+1}{2} = \frac{5x+1}{2} &\iff \frac{2x+1}{2} \times 2 = \frac{5x+1}{2} \times 2 \\
&\iff 2x+1 = 5x+1 \\
&\iff 2x+1-1 = 5x+1-1 \\
&\iff 2x = 5x \\
&\iff 2x-2x = 5x-2x \\
&\iff 0 = 3x \\
&\iff \frac{0}{3} = \frac{3x}{3} \\
&\iff 0 = x
\end{aligned}$$

Correction de l'exercice 3

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}
4x-7=\frac{6x+1}{3} &\iff (4x-7)\times 3=\frac{6x+1}{3}\times 3\\
&\iff 12x-21=6x+1\\
&\iff 12x-21-6x=6x+1-6x\\
&\iff 6x-21=1\\
&\iff 6x-21+21=1+21\\
&\iff 6x=22\\
&\iff \frac{6x}{6}=\frac{22}{6}\\
&\iff x=\frac{11}{3}
\end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{-1}{2}\right\}$

$$\begin{aligned}
\frac{x+1}{4x+2}=3 &\iff \frac{x+1}{4x+2}\times(4x+2)=3\times(4x+2)\\
&\iff x+1=12x+6\\
&\iff x+1-1=12x+6-1\\
&\iff x=12x+5\\
&\iff x-12x=12x+5-12x\\
&\iff -11x=5\\
&\iff \frac{-11x}{-11}=\frac{5}{-11}\\
&\iff x=\frac{-5}{11}
\end{aligned}$$

3. Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$\begin{aligned}
\frac{3x+1}{2x-2}=3 &\iff \frac{3x+1}{2x-2}\times(2x-2)=3\times(2x-2)\\
&\iff 3x+1=6x-6\\
&\iff 3x+1-1=6x-6-1\\
&\iff 3x=6x-7\\
&\iff 3x-6x=6x-7-6x\\
&\iff -3x=-7\\
&\iff \frac{-3x}{-3}=\frac{-7}{-3}\\
&\iff x=\frac{7}{3}
\end{aligned}$$

Correction de l'exercice 4

1. Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$\begin{aligned}
\frac{x-5}{x+2} = \frac{1}{3} &\iff \frac{x-5}{x+2} \times (x-2) \times 3 = \frac{1}{3} \times (x-2) \times 3 \\
&\iff (x-5) \times 3 = x-2 \\
&\iff 3x - 15 = x - 2 \\
&\iff 2x - 15 = -2 \\
&\iff 2x = 13 \\
&\iff x = \frac{13}{2}
\end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$

$$\begin{aligned}
\frac{2x-1}{-2x+6} + 2 = 3 &\iff \frac{2x-1}{-2x+6} = 1 \\
&\iff 2x - 1 = -2x + 6 \\
&\iff 2x = -2x + 7 \\
&\iff 4x = 7 \\
&\iff x = \frac{7}{4}
\end{aligned}$$

3. Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$\begin{aligned}
\frac{-2x-1}{x-1} + 6 = 3 &\iff \frac{-2x-1}{x-1} = -3 \\
&\iff -2x - 1 = -3(x-1) \\
&\iff -2x - 1 = -3x + 3 \\
&\iff -2x = -3x + 4 \\
&\iff x = 4
\end{aligned}$$

Correction de l'exercice 5

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}
(2x+1)(-3x+1) = 0 &\iff 2x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad -3x + 1 = 0 \\
&\iff 2x = -1 \quad \text{ou} \quad -3x = -1 \\
&\iff x = \frac{-1}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-1}{-3} \\
&\iff x = \frac{-1}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation $(2x+1)(-3x+1) = 0$ sont donc $\frac{-1}{2}$ et $\frac{1}{3}$

2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}(4x-2)(x-1)=0 &\iff 4x-2=0 \quad \text{ou} \quad x-1=0\\ &\iff 4x=2 \quad \text{ou} \quad x=1\\ &\iff x=\frac{2}{4} \quad \text{ou} \quad x=1\\ &\iff x=\frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad x=1\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation $(4x-2)(x-1)=0$ sont donc $\frac{1}{2}$ et 1

3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}-5x(2x-3)=0 &\iff -5x=0 \quad \text{ou} \quad 2x-3=0\\ &\iff x=0 \quad \text{ou} \quad 2x=3\\ &\iff x=0 \quad \text{ou} \quad x=\frac{3}{2}\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation $-5x(2x-3)=0$ sont donc 0 et $\frac{3}{2}$

Correction de l'exercice 6

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}(x+1)(2x+4)=(x+1)(-3x-2) &\iff (x+1)(2x+4)-(x+1)(-3x-2)=0\\ &\iff (x+1)\Big((2x+4)-(-3x-2)\Big)=0\\ &\iff (x+1)\Big(2x+4+3x+2\Big)=0\\ &\iff (x+1)(5x+6)=0\\ &\iff x+1=0 \quad \text{ou} \quad 5x+6=0\\ &\iff x=-1 \quad \text{ou} \quad 5x=-6\\ &\iff x=-1 \quad \text{ou} \quad x=\frac{-6}{5}\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation $(x+1)(2x+4)=(x+1)(-3x-2)$ sont donc -1 et $\frac{-6}{5}$

2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}
(-5x-2)(3x-1) = (x+7)(3x-1) &\iff (-5x-2)(3x-1) - (x+7)(3x-1) = 0 \\
&\iff (-5x-2)\Big((3x-1) - (x+7)\Big) = 0 \\
&\iff (-5x-2)\Big(3x-1-x-7\Big) = 0 \\
&\iff (-5x-2)(2x-8) = 0 \\
&\iff -5x-2 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x-8 = 0 \\
&\iff -5x = 2 \quad \text{ou} \quad 2x = 8 \\
&\iff x = \frac{-2}{5} \quad \text{ou} \quad x = 4
\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation $(-5x-2)(3x-1) = (x+7)(3x-1)$ sont donc $\frac{-2}{5}$ et 4.

3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}
2x(2x-3) = x(x+1) &\iff 2x(2x-3) - x(x+1) = 0 \\
&\iff x\Big(2(2x-3) - (x-1)\Big) = 0 \\
&\iff x\Big(4x-6-x+1\Big) = 0 \\
&\iff x(3x-5) = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 3x-5 = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 3x = 5 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{5}{3}
\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation $2x(2x-3) = x(x+1)$ sont donc 0 et $\frac{5}{3}$.

Correction de l'exercice 7

Correction de l'exercice 8

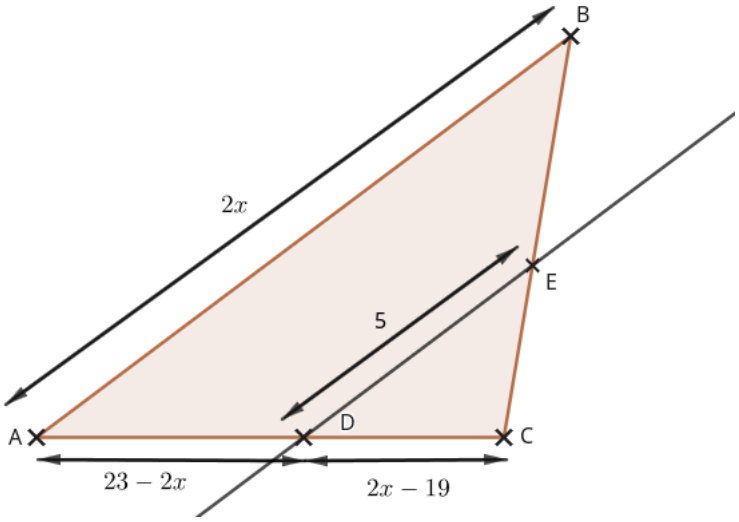
Correction de l'exercice 9

Correction de l'exercice 10

Correction de l'exercice 11

Correction de l'exercice 12

1. .



2. $D \in [AC]$ donc $AC = AD + DC = 23 - 2x + 2x - 19 = 4$.
3. Pour tout réel x, on a :

$$\begin{aligned}(4x+2)(x-10) &= 4x^2 - 40x + 2x - 20\\ &= 4x^2 - 38x - 20\end{aligned}$$

4. Dans le triangle ABC, on a :
   - $D \in [AC]$
   - $E \in [CB]$
   - Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

   Donc, d'après le théorème de Thalès, on a $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{CA}{CD}$ donc $\dfrac{2x}{5} = \dfrac{4}{2x-19}$.
5. (a) Pour tout réel $x \in \mathbb{R}_+ \setminus \left\{\dfrac{19}{2}\right\}$, on a :

$$\begin{aligned}\frac{2x}{5} = \frac{4}{2x-19} &\iff 2x \times (2x-19) = 20\\ &\iff 4x^2 - 38x = 20\\ &\iff 4x^2 - 38x - 20 = 0\\ &\iff (4x+2)(x-10) = 0 \qquad \text{d'après la question 3}\end{aligned}$$

   (b) Pour tout réel x, on a :

$$\begin{aligned}(4x+2)(x-10) = 0 &\iff 4x + 2 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 10 = 0\\ &\iff 4x = -2 \quad \text{ou } x = 10\\ &\iff x = \frac{-1}{2} \quad \text{ou} \quad x = 10\end{aligned}$$



or AB est une distance et $AB = 2x$, donc $x \geqslant 0$, et par conséquent, d'après les questions précédentes, on a $x = 10$.

(c) $AB = 2x = 20$



Correction de l'exercice 13