Calcul littéral

1 Développer et réduire

1 .1 Distributivité

Propriété

Pour tout réels a, b et c on a :

$$a \times (b+c) = ab + ac \quad \text{et} \quad (b+c) \times a = ba + ca$$

Exemples

- $2x(3-4x) = 6x - 8x^2$
- $(5+x) \times 3 = 15 + 3x$
- $(x+2) \times 4 - 2(x-2) = 4x + 8 - (2x-4)$ attention aux priorité des opérations
  $= 4x + 8 - 2x + 4$
  $= 2x + 12$

1 .2 Double distributivité

Propriété

Pour tout réels a, b, c et d on a :

$$(a+b) \times (c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples

- $2x(3-4x) = 6x - 8x^2$
- $(5+x) \times 3 = 15 + 3x$
- $(x+2) \times 4 - 2(x-2) = 4x + 8 - (2x-4)$ attention aux priorité des opérations
  $= 4x + 8 - 2x + 4$
  $= 2x + 12$

1 .3 Identités remarquables

Propriété

Pour tout réels a, b on a :

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples

- $\begin{aligned}(4-2x)^2 &= 4^2 - 2\times 4\times 2x + (2x)^2\\ &= 16 - 16x + 4x^2\end{aligned}$
- $\begin{aligned}(-2x+3)^2 &= (-2x)^2 + 2\times(-2x)\times 3 + 3^2\\ &= 4x^2 - 12x + 9\end{aligned}$
- $\begin{aligned}(2x+5)\times(2x-5) &= (2x)^2 - 5^2\\ &= 4x^2 - 25\end{aligned}$

2 Factoriser

Factoriser une expression, c'est transformer une somme en produit. Pour cela, on utilise les notions de distributivité et les identités remarquable vues ci-dessus.

2 .1 Utilisation d'un facteur commun

Exemples

- $\begin{aligned}(4-x)(x+2) - (4-x)(3x-1) &= (4-x)\Big(x+2-(3x-1)\Big)\\ &= (4-x)(x+2-3x+1)\\ &= (4-x)(-2x+3)\end{aligned}$
- $\begin{aligned}(-2x+3)(5x-2) + (x+1)(5x-2) &= (-2x+3+x+1)(5x-2)\\ &= (-x+4)(5x-2)\end{aligned}$
- $2(4-3x) - x(4-3x) = (2-x)(4-3x)$

2 .2 Utilisation des identités remarquables

Exemples

- $\begin{aligned}16 + 8x + x^2 &= 4^2 + 2\times 4\times x + x^2\\ &= (4+x)^2\end{aligned}$
- $x^2 - 25 = (x-5)(x+5)$
- $\begin{aligned}2(4-3x) - (16 - 24x + 9x^2) &= 2(4-3x) - (4 - 2\times 4\times 3x + (3x)^2\\ &= 2(4-3x) + (4-3x)^2\\ &= (2+4-3x)(4-3x)\\ &= (6-3x)(4-3x)\end{aligned}$